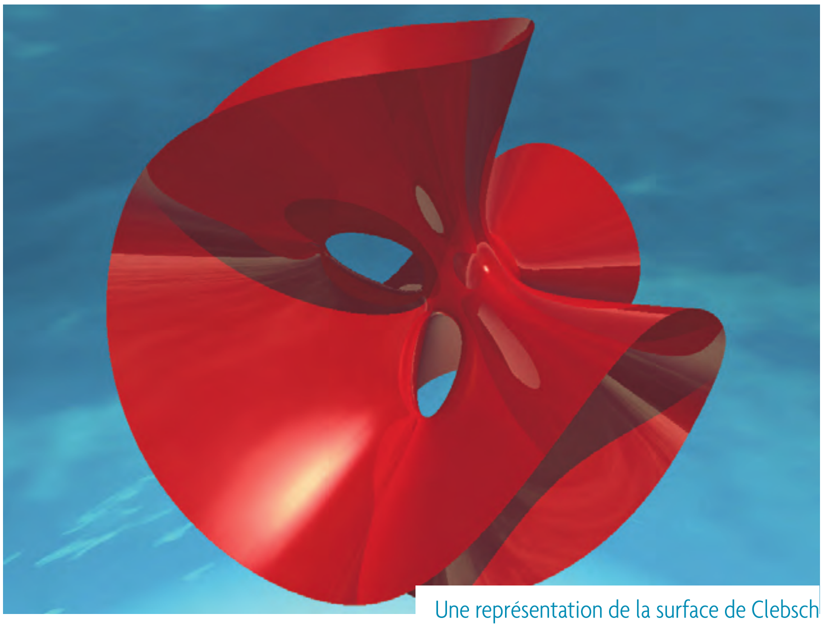
# SUR LA BEAUTÉ EN MATHÉMATIQUES

Bien sûr que les mathématiques sont belles ; sinon, pourquoi se donnerait-on la peine d'en faire ? Certains répondraient: parce qu'elles sont *utiles*... Vrai, mais ne laissons pas ce pragmatisme et cette *déraisonnable efficacité* nous gâcher le plaisir et la profonde satisfaction intellectuelle que peuvent procurer l'étude des structures abstraites et des relations entre celles-ci. Après tout, la poésie aussi a une certaine utilité, mais ce n'est pas celle-ci qui enflamme le poète, ni qui motive l'amateur savourant des vers le soir au coin du feu.

Cette beauté est avant tout sensuelle : celle de l'ardoise noircie de formules sous son léger voile de poussière blanche, de la typographie et l'agencement des symboles sur la page, de l'odeur du traité déniché au détour d'un rayon, foisonnant de trésors endormis dans le grain de la page. Mais la vraie beauté mathématique, comme celle de toute forme d'art, demande un certain investissement de la part de qui souhaite l'apprécier: il n'est de vraie contemplation qui ne soit profondément active. J'aime voir cette beauté par-dessus l'épaule de l'enfant s'émerveillant de voir le sculpteur révéler le magnifique cheval caché au cœur du bloc de marbre. La mathématique n'est-elle pas ce bloc de marbre que l'homme lui-même doit sculpter pour en révéler les splendeurs ?

## Théorie des groupes

Parmi ces théories belles comme des rêves de pierre, l'une des plus profondément satisfaisantes, de par son élégance et la portée de ses implications, est la branche de l'algèbre appelée *théorie des groupes*. Par un amusant télescopage autoréférentiel, les groupes sont précisément des outils permettant d'aider à comprendre, voire mesurer, la beauté des formes (au sens platonicien du terme) via l'étude de leurs symétries.



Une représentation de la surface de Clebsch (image réalisée à l'aide du logiciel POV-Ray)

Ainsi, un carré peut-il être *objectivement* jugé plus beau qu'un rectangle quelconque, car il présente, en plus de ses quatre axes de symétries, une invariance par rotations de 90°. De ce point de vue, la plus belle des figures planes demeure incontestablement le cercle, qui possède une infinité de symétries: celui-ci demeure inchangé si on le fait tourner d'un angle quelconque, ou si on lui fait subir une réflexion par rapport à n'importe lequel de ses diamètres. Le cercle est également beau en ce qu'il admet une description particulièrement simple et élégante: l'ensemble des points du plan dont les coordonnées satisfont l'équation

$$x^2 + y^2 = 1.$$

J'aimerais vous présenter un autre objet mathématique que je trouve personnellement extrêmement beau: il s'agit de la *surface de Clebsch,* définie dans l'espace tridimensionnel comme l'ensemble des solutions à l'équation

$$x^3 + y^3 + z^3 + 1 = (x + y + z + 1)^3,$$

qui possède 120 symétries (du moins lorsqu'on la considère, comme il se doit, comme une surface dans l'espace projectif de dimension 3) et qui a acquis une certaine notoriété chez les géomètres en raison du fait que l'on peut tracer 27 droites à sa surface (ce qui n'est pas évident de prime abord). On pourrait également citer la *quartique de Klein,* définie par l'équation

$$x^3 y + y^3 z + z^3 x = 0,$$

qu'on peut considérer 1,4 fois plus belle car elle possède pour sa part 168 symétries (du moins lorsqu'on en considère, comme il se doit, les solutions complexes), et dont une représentation en marbre orne d'ailleurs le terrain du *Mathematical Sciences Research Institute* à Berkeley (USA).

Gabriel Chênevert,
Benjamin Parent,
ISEN



DOSSIER